

I этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике (14 ноября 2021 г.)

Задачи 8 класса

Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Школьники проводили опыты с длинной резинкой, которая подчиняется закону Гука. Они растянули ее так, что её полная длина составила $L_1=2$ м. А когда они утроили величину сил, приложенных к резинке с разных сторон, то ее полная длина стала равна $L_2=2$ м 36 см. Чему равна длина нерастянутой резинки?

Решение: Обозначим искомую длину нерастянутой резинки как L_0 . Величину сил, растягивающих резинку в первом опыте, обозначим как F_0 . Тогда во втором опыте эта сила равна $3 \cdot F_0$ по условию задачи. Введем обозначение k для коэффициента жесткости резинки. Тогда по закону Гука можно записать для первого опыта

$$k \cdot (L_1 - L_0) = F_0 \text{ (+2 балла)}, \text{ а для второго - } k \cdot (L_2 - L_0) = 3F_0 \text{ (+2 балла)}.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получаем $k \cdot (L_2 - L_1) = 2F_0$ (+2 балла).

Другими словами, добавочное растяжение $(L_2 - L_1) = 36$ см появляется в результате появления дополнительной силы $2F_0$.

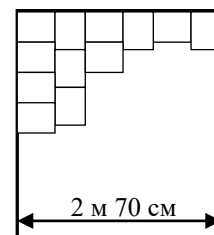
В силу линейной зависимости между силой и растяжением отсюда следует вывод, что под действием внешней силы, равной F_0 , растяжение резинки равно $(L_2 - L_1)/2 = 18$ см (+1 балл).

Длина нерастянутой резинки составляет $L_1 - (L_2 - L_1)/2 = (3L_1 - L_2)/2 = 1$ м 82 см (+3 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

2. На фабрике производят сухую полимерную смесь и засыпают ее в одинаковые ящики размерами 40см×50см×100см. Ящики максимально плотно укладывают в контейнер с внутренними размерами 2м×2м×5м (т.е. входит 100 ящиков). Однажды на фабрику привезли контейнер большего размера: 2.05м×2.75м×6м. Во сколько раз можно увеличить массу отправляемой смеси при загрузке ящиков в такой контейнер?

Решение: поскольку плотность смеси всегда одна и та же, масса отправляемой смеси увеличится во столько же раз, во сколько раз увеличится количество уложенных в контейнер ящиков (+1 балл за указание на связь между массой и объемом/количеством ящиков).

Будем считать для определенности, что 2.05м - это внутренняя высота контейнера, а 2.75 м - ширина (от такого выбора ответ не зависит). Поскольку при любой укладке высота уложенных нескольких ящиков не может составлять нецелое количество дециметров, то в новом контейнере верхние 5 см заполнить не удастся (+1 балл за обоснованное указание на это обстоятельство). По ширине (2.75 м) ящики тоже можно уложить плотно, заняв только 2.7 м. Так можно сделать, например, устанавливая ящики на торец и поворачивая соседние ящики в одном ряду на 90° (см. поясняющий рисунок справа, вид сверху). Существуют и другие варианты столь же плотной упаковки по горизонтальному сечению контейнера (+2 балла за один верный вариант максимальной плотной упаковки по одному измерению и 4 балла за все три измерения).



По длине контейнера можно занять все доступное пространство, так как в 6 м уложится ровно 15 ящиков по стороне 0.4 м или 12 ящиков по стороне 0.5м (+1 балл). Поэтому размеры пространства, занятого ящиками составят 2м×2.7м×6м, а его объем - 32.4 м³.

Всего войдет 162 ящика, т.е. массу отправляемой смеси можно увеличить в 1.62 раза. (+3 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

3. На реке с постоянной скоростью течения $u=3$ км/ч стоят три деревни, А, Б и В (считая против течения). На моторной лодке из А в Б везут тяжёлый груз, из-за которого у лодки скорость относительно воды вдвое меньше, чем у этой же лодки без груза. На этот путь ей понадобилось $T_1=4$ часа. После разгрузки лодка отправилась дальше в деревню В и прибыла туда еще через $T_2=5$ часов. А весь обратный путь от В до А лодка без груза проделала за $T_3=3$ часа. Чему равна скорость лодки без груза относительно воды?

Решение: Обозначим расстояния между Б и В и между А и Б вдоль реки как $L_{БВ}$ и $L_{АБ}$, соответственно. Искомую скорость лодки без груза относительно воды обозначим V (тогда скорость лодки относительно берега на участке АБ равна $V/2-u$)

Согласно условию задачи

$$L_{АБ}=(V/2-u) \cdot T_1 \quad (+2 \text{ балла за это или аналогичное уравнение для первого отрезка пути})$$

$$L_{БВ}=(V-u) \cdot T_2 \quad (+2 \text{ балла})$$

$$L_{АБ}+L_{БВ}=(V+u) \cdot T_3 \quad (+2 \text{ балла})$$

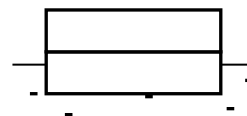
Выражая длины путей между деревнями в третьем уравнении через скорости и времена из первых двух уравнений, получаем

$$V \cdot (0.5 \cdot T_1 + T_2 - T_3) = u \cdot (T_1 + T_2 + T_3) \quad (+1 \text{ балл за аналитическое выражение, позволяющее получить ответ})$$

Подставляя значения времен из условия задачи, получаем $V=9$ км/ч (+3 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

Для справки: в условиях задачи $L_{АБ}=6$ км, $L_{БВ}=30$ км.

4. Брусек в виде прямоугольного параллелепипеда плавает в воде. При этом его нижняя грань на $h_1=9$ см ниже поверхности воды. На этот брусек сверху кладут еще один, точно такой же. Собственная высота всей конструкции удваивается, а ее верхняя грань находится на $h_2=22$ см выше поверхности воды. Чему равна плотность материала брусков, если плотность воды равна $\rho_0=1000$ кг/м³?



Решение: Введем обозначения: ρ_B - искомая плотность бруска, M и H - масса и размер в вертикальном направлении одного бруска, S - площадь сечения в горизонтальной плоскости. Т.е. $M=\rho_B \cdot S \cdot H$.

Из условия равновесия бруска в начальной ситуации:

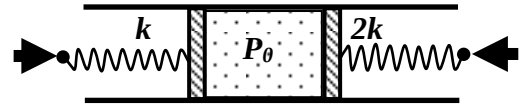
$$Mg=\rho_0 \cdot g \cdot S \cdot h_1 \quad (+1 \text{ балл}) \text{ и после преобразования получаем, что } \rho_0 \cdot h_1=\rho_B \cdot H \quad (+1 \text{ балл}).$$

При наличии второго бруска удваивается не только высота всей конструкции, но и ее масса и, следовательно, величина выталкивающей силы и глубина погружения, которая становится равной $2 \cdot h_1$ (+2 балла).

$$\text{По условию задачи } 2H=h_2+2 \cdot h_1 \quad (+1 \text{ балл}), \text{ т.е. } H=20 \text{ см}=0.2 \text{ м} \quad (+2 \text{ балла}).$$

$$\text{Получаем, что } \rho_B = \rho_0 \cdot h_1 / H = 450 \text{ кг/м}^3 \quad (+3 \text{ балла за явно сформулированный и обоснованный ответ}).$$

5. Имеется труба постоянного сечения S , в которую вставлены два поршня. Поршни могут смещаться вдоль трубы без трения. Между поршнями - несжимаемая жидкость, а снаружи поршни подпираются пружинами с коэффициентами жесткости k и $2k$ (см. рис.). В начальной ситуации пружины сжаты так, что давление в жидкости между поршнями равно P_0 . Каким станет давление в жидкости после того, как каждый из внешних концов пружин сместят на расстояние L в направлении друг к другу? Считать влияние силы тяжести пренебрежимо малым.



Решение: Введем обозначения: P_1 - искомое давление в жидкости (везде одинаковое, так как сила тяжести считается пренебрежимо малой), L_1 и L_2 - деформации пружин с коэффициентами жесткости k и $2k$, соответственно, в начальной ситуации.

Из условия равновесия поршней в начальной ситуации следует, что:

$$k \cdot L_1 = 2k \cdot L_2 = P_0 \cdot S \quad (+1 \text{ балл})$$

После того как произошло смещение внешних (наружных) концов пружин, условие равенства сил, действующих на поршни, должно сохраниться (+1 балл).

При этом изменятся положения не только концов пружин, но и поршней, причем вследствие несжимаемости жидкости, смещения поршней будут одинаковыми (+1 балл).

Пусть такое смещение составит X в сторону менее жесткой пружины (может быть и отрицательным), тогда условия равновесия поршней будут иметь вид

$$k \cdot (L_1 + L + X) = P_1 \cdot S \quad (+1 \text{ балл})$$

$$2k \cdot (L_2 + L - X) = P_1 \cdot S \quad (+1 \text{ балл})$$

После умножения первого уравнения на 2, сложения этих уравнений и подстановки выражения для членов $k \cdot L_1$ и $2k \cdot L_2$ через давление получаем

$$3P_0 \cdot S + 4k \cdot L = 3P_1 \cdot S \quad (+2 \text{ балла за уравнение, позволяющее получить ответ}).$$

Таким образом,

$$P_1 = P_0 + 4kL / (3S) \quad (+3 \text{ балла за явно сформулированный и обоснованный ответ}).$$

Если в рассуждениях отсутствует явное указание на смещение поршней, а формально правильный ответ вычисляется как некое среднее, то максимальная оценка составляет 3 балла.

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Желаем успеха!